ClassiX Software GmbH

Grundlagen der Stichprobeninventur

Eine Beschreibung der mathematisch-statistischen Methoden der Stich-probeninventur mit ClassiX

classix®
flexible solutions

Version 19-0906

1 Inhalt

2 Mathematische Grundlagen zur Stichprobeninventur

Kennen wir den Mittelwert μ eines Lagers, so können wir den Gesamtwert des Lagers ermitteln. Im einfachsten Fall geschieht dies durch Multiplikation mit der Gesamtanzahl N. Hierfür wird bei einer Stichprobe $\hat{y}$ von n Inventur-Positionen der Mittelwert μ des Lagers durch den Mittelwert $\overline{y}$ der Stichprobe approximiert. Der mathematische Zusammenhang ergibt sich aus dem Gesetz der großen Zahlen:

$$\lim_{k\to\infty} \frac{\sum_{i=1}^{k} \overline{y}_i}{k} = \mu$$

Alternativ kann eine gebundene Hochrechnung erfolgen und damit μ mithilfe von mehr Informationen aus $\overline{y}$ abgeleitet werden.

2.1 Anforderung an die Stichprobeninventur

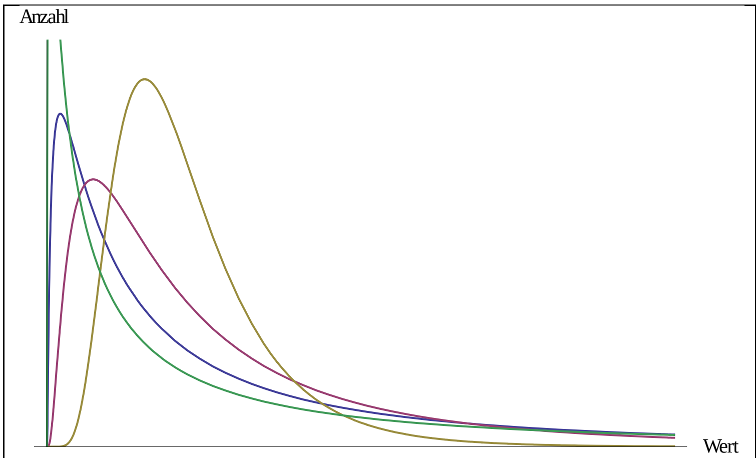
Nach HGB § 241 Abs. 1 dürfen zur Inventur „anerkannte mathematisch-statistische Methoden auf Grund von Stichproben“ benutzt werden, wenn der „Aussagewert des auf diese Weise aufgestellten Inventars […] dem Aussagewert eines auf Grund einer körperlichen Bestandsaufnahme aufgestellten Inventars [gleichkommt]“. Nach (IDW, 1981, S. 13), (AWV, 1978, S. 21) heißt dies, dass der relative Fehler (e_r) einer Stichprobeninventur zu 95% Wahrscheinlichkeit nicht größer als 1% sein darf.

Nehmen wir an, $\overline{y}$ sei normalverteilt, so kann man aus Tabellen zur Standardnormalverteilung schließen, dass für die Standardabweichung σ der Mittelwert $\overline{y}$ zu 95% im Intervall $[-1{,}96\sigma; 1{,}96\sigma]$ liegen wird bzw. der Sicherheitsgrad $t = 1{,}96$ beträgt. Ist ein relativer Fehler von 1% erlaubt, so bedeutet dies, dass man für $\overline{y}$ erreichen muss, dass $1{,}96\sigma$ kleiner als 1% des Lagergesamtwertes ist.

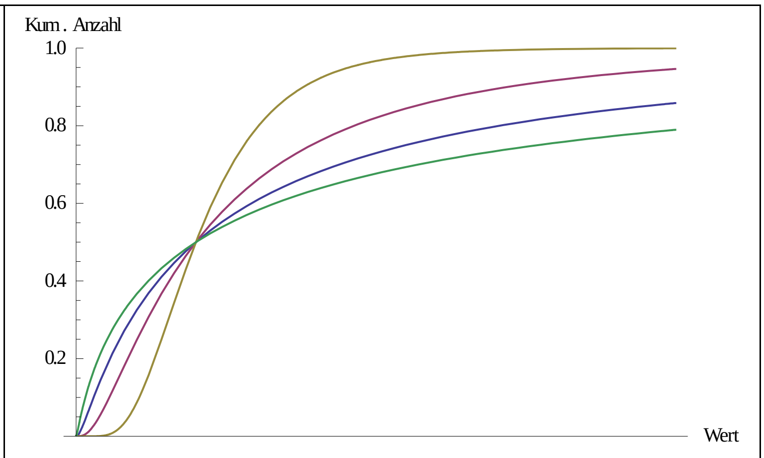
Die Annahme einer Normalverteilung ist für ausreichend große Stichprobenumfänge gerechtfertigt (AWV, 1978, S. 12), (IDW, 1981, S. 68). Für eine geforderte statische Sicherheit von 95,5 % wird in AMV (AWV, 1978, S. 20) für den Sicherheitsgrad ein Wert von $t = 2$ angegeben. Bei einer statischen Sicherheit von 95% entspricht dies unter Annahme einer Normalverteilung dem oben erwähnten Wert von $t = 1{,}96$.

2.2 Verteilung im Lager

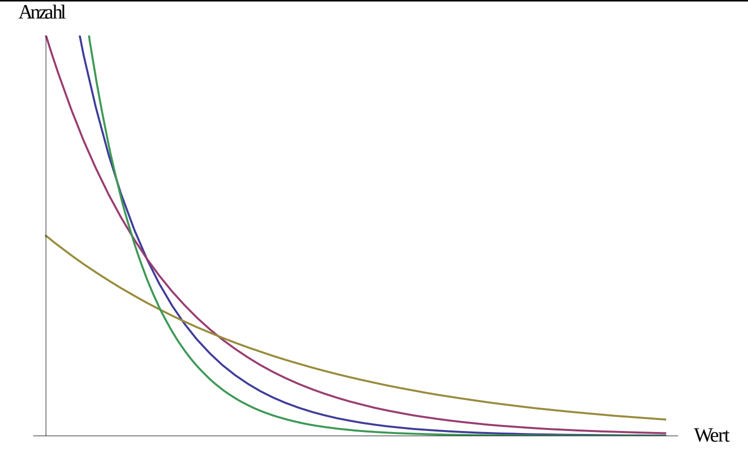
Im Allgemeinen nimmt man an, dass die Anzahl der Positionen über die Werte exponentiell oder logarithmisch normalverteilt sind. Für Verteilungen gibt es in der Statistik zwei häufig benutzte Funktionen: die **Dichte- und die Verteilungsfunktion**. Erstere gibt an, wie häufig ein bestimmter Wert ist, bei Zweiteren ist die Häufigkeit aufsummiert (kumuliert) worden.

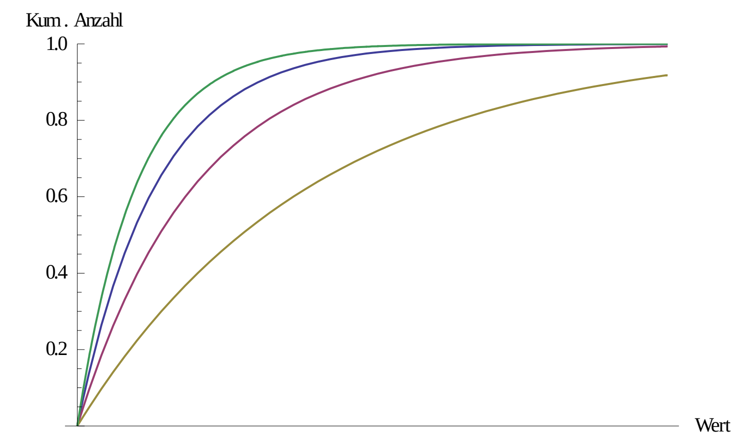


Dichtefunktionen logarithmischer Normalverteilungen



Verteilungsfunktionen logarithmischer Normalverteilungen





Dichtefunktionen von Exponentialverteilungen	Verteilungsfunktionen von Exponentialverteilungen

Um also die Verteilung in einem Lager zu beschreiben, wird für die Dichtefunktion ein Histogramm gebildet, in dem der Wert der Teile gegen die Anzahl aufgetragen wird. Summiert man die Anzahl auf, erhält man die Verteilungsfunktion. Summiert man anschließend außerdem noch die Werte auf, so erhält man eine sogenannte **Lorenz-Kurve**.

2.3 Vollinventur für Grenzbereiche

Um besonders hohe und besonders niedrige Werte aus der Stichprobeninventur auszuschließen und damit das Risiko der Inventur zu mindern, wird für die Grenzbereiche eine Vollinventur erhoben. Dazu gehören zum einen alle Inventur-Positionen ohne Soll-Menge und zum anderen die 5 % wertvollsten Artikel, die in den meisten Lägern einen Wert von ungefähr 50 % des Lagers ausmachen. Hierdurch erfüllen wir die in (IDW, 1981, S. 69) definierte Maßgabe: *„Dabei wird im allgemeinen wegen des "Lagerphänomens" ein Vollerhebungsanteil von 3 bis 5% der Lagerpositionen ausreichen, um 45 bis 50% des Gesamtwerts des Lagerkollektivs zu erfassen.*“

2.4 Übersicht über die Verfahren

Der Rest des Lagers kann nun durch verschiedene Verfahren getestet werden. Hierbei wird durch verschiedene Verfahren festgelegt, wie die Stichproben gezogen werden (**geschichtete oder uneingeschränkte Zufallsauswahl**) und wie die Ergebnisse der Stichproben hochgerechnet werden (**freie oder gebundene Hochrechnung**). Daneben gibt es für automatische Läger noch den **Sequenzialtest**, der keinen Gesamtwert des Lagers bestimmt, sondern lediglich überprüft, ob der Fehleranteil im Lager annehmbar ist.

Ziehung	Hochrechnung
geschichtet	frei
uneingeschränkt	Regressionsschätzung
	Differenzenschätzung

Die Wahl für die Methode der Ziehung und der Methode der Hochrechnung sind prinzipiell voneinander unabhängig. Jedoch sieht Angele (Angele, 1989, S. 276) die Kombination aus geschichteter Zufallsauswahl und gebundener Hochrechnung nicht als „günstig“ an.

Bei der geschichteten Zufallsauswahl zerlegt man zunächst das Lager in Schichten und legt anschließend fest, wie viele Stichproben aus welcher Schicht stammen, um den Effekt der

Ballung von Stichproben zu vermindern. Die uneingeschränkte Zufallsauswahl stellt keine solche Vorbedingung auf.

Je nach Hochrechnung ergeben sich aus den Stichproben andere Schätzwerte des Inventurwertes, welche dementsprechend auch unterschiedliche Stichprobenvarianzen aufweisen. Anschließend wird jeweils der Lagerwert durch Multiplikation des geschätzten Mittelwertes mit der Anzahl der Artikel approximiert: $Y \approx N \cdot \mu'$

Verfahren	Schätzwert μ' für μ	Stichprobenvarianz $v = s_h^2$
Freie Hochrechnung	$\bar{y}$	$\frac{\sum_{i=1}^{n}(y_i - \bar{y})^2}{n-1}$
Regressionsschätzung	$\bar{y}_{lr} = \bar{y} + b \cdot (\bar{X} - \bar{x})$	$\frac{\sum_{i=1}^{n}(y_i - \bar{y})^2}{n-1} \cdot (1 - R^2)$
Differenzenschätzung	$\bar{y}_{lr} = \bar{X} + \bar{y} - \bar{x}$	$\frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^2 + \sum_{i=1}^{n}(y_i - \bar{y})^2 - 2\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{n-1}$

Fordert man nun, dass $N \cdot \mu'$ bis auf einen Fehler von d zu einer Wahrscheinlichkeit mit Sicherheitsgrad t korrekt ist, so muss $V(N \cdot \mu') \leq \left(\frac{d}{t}\right)^2$ gelten (Cochran, 1972, S. 129). Hieraus ergibt sich, dass man $n \geq \frac{t^2 N^2 v}{d^2 + t^2 N v}$ Stichproben ziehen muss. Dabei ist v die jeweilige Stichprobenvarianz. Diese muss über bekannte Werte sinnvoll approximiert werden, da y_i und $\bar{y}$ nicht vor der Ziehung einer Stichprobe bekannt sind. Man nähert im Allgemeinen y durch einen Hilfswert x, das Bestimmtheitsmaß R^2 und die Stichprobenvarianz der Differenzenschätzung durch frühere Inventurdaten und die Stichprobengröße n durch die Gesamtzahl N an.

Um nun bei gleicher Genauigkeit möglichst wenig Stichproben ziehen zu müssen oder bei gleicher Anzahl an Stichproben die Genauigkeit zu erhöhen, versucht man, die Varianz und damit auch die Standardabweichung zu minimieren.

2.5 Zufallsauswahl (Ziehung der Stichproben)

In IDW (IDW, 1981, S. 65) wird zur Ziehung von Stichproben angegeben:

„Voraussetzung für die Anwendung sämtlicher mathematischer Stichprobenverfahren ist es, dass die einzelnen Elemente einer Stichprobe zufallsgesteuert aus den einzelnen Elementen (Lagerpositionen) einer genau abgegrenzten Grundgesamtheit (Lagerkollektiv) ausgewählt werden[…]. Das bedeutet, dass

- bei der sog. ungeschichteten Zufallsauswahl jede Lagerposition die gleiche von Null verschiedene Chance haben muss, in die Stichprobenauswahl zu gelangen bzw.
- bei der sog. geschichteten Zufallsauswahl jede Lagerposition eine berechenbare, von Null verschiedene Chance haben muss, in die Stichprobenauswahl zu gelangen.

Als Auswahlverfahren kommen das Losverfahren, das Zufallszahlenverfahren, die systematische Auswahl mit Zufallsstart, das Schlussziffernverfahren usw. in Betracht."

Es gibt also einmal die freie Zufallsauswahl und die geschichtete Zufallsauswahl.

2.5.1 Geschichtete Zufallsauswahl

Eine Möglichkeit, die Varianz zu verringern, ist die Einteilung des Lagers in L am Artikelwert ausgerichtete Schichten.

Die geschichtete Zufallsauswahl steht im Kontrast zur freien Zufallsauswahl und wird deshalb auch als gebundene Zufallsauswahl bezeichnet.

Aus jeder der L Schichten wird dann eine Stichprobe $\hat{y}_h$ gezogen. Anschließend werden die einzelnen Mittelwerte der Stichproben nach den Größen der Schichten N_h gewichtet verrechnet:

$$\overline{y}_{st} = \frac{\sum_{h=1}^{L} \overline{y}_h N_h}{N}$$

Sind die Schichten gut gewählt, so gilt nach (Cochran, 1972, S. 163) der folgende Zusammenhang:

$$V(\overline{y}_{st}) \approx \frac{V(\overline{y})}{L^2}$$

Dies begründet, warum Schichten für die Stichprobeninventur sinnvoll sind.

2.5.1.1 Schichtgrenzen festlegen

Nun gibt es verschiedene Ansätze, wie die Schichten zu bilden sind. Allen gemeinsam ist, dass die Varianz $V(\overline{y}_{st})$ minimiert werden soll.

2.5.1.1.1 Verfahren 1 (Dalenius & Hodges)

(Cochran, 1972, S. 159f)

Dieses Verfahren geht auf (Dalenius & Hodges, 1959) zurück. Hierfür wird zunächst der Wertebereich in gleichmäßige Klassen unterteilt (z.B. 0%-5%, 5%-10% usw. des Höchstwertes).

Nun wird für jede Klasse k festgestellt, wie viele Teile N_k zu dieser Klasse gehören und aus dieser Anzahl die Wurzel $\sqrt{N_k}$ gezogen.

Anschließend werden die Schichten so gebildet, dass die Summe dieser Wurzeln für alle Schichten ungefähr gleich ist. Hierfür empfiehlt es sich, die Wurzeln aufzusummieren und durch die Anzahl der zu erzeugenden Schichten zu teilen.

Weichen die Summen zu stark voneinander ab, hilft eine Verfeinerung der Klassen (z.B. von 5%-Schritten auf 2,5%-Schritte).

2.5.1.1.2 Verfahren 2 (Ekman)

(Cochran, 1972, S. 161)

Beim zweiten Verfahren, das auf (Ekman, 1959) zurückgeht, werden die Schichten so gewählt, dass für die Ober- und Untergrenzen der h-ten Schicht b_h bzw. b_{h-1} das Produkt $N_h(b_h - b_{h-1})$ für die verschiedenen h immer konstant ist.

2.5.1.1.3 Verfahren 3 (GESTIN)

(GESTIN – Wartungsdokumentation V4 Revision 6, S. 41f)

Das dritte Verfahren wird von GESTIN-77 zur Ermittlung der Schichten angewandt. Hierbei wird zunächst die Obergrenze der ersten Schicht manuell festgelegt. Nun werden die darüber liegenden Schichten so festgelegt, dass die Stichprobenvarianz s_i^2 der i-ten Schicht multipliziert mit der Schichtgröße zum Quadrat ${N_i}^2$ den Wert $\left(\frac{5}{4} N_1\right)^2 \cdot s_1^2$ bezüglich der ersten Schicht gerade nicht überschreitet.

Eine leere Schicht weist zunächst eine Größe N und eine Stichprobenvarianz s^2 von null auf. Nun wird die jeweilige Schichtgrenze kontinuierlich erhöht, bis eine weitere Erhöhung bedeuten würde, dass ${N_i}^2 \cdot s_i^2 > \left(\frac{5}{4}N_1\right)^2 \cdot s_1^2$. Hier wird nun die Obergrenze festgelegt.

Als Abbruchkriterium gilt eine vom Benutzer definierte Obergrenze. Hier sollte dafür gesorgt werden, dass die gesetzlichen Bestimmungen für die Vollaufnahmeschicht eingehalten werden.

2.5.1.2 Anzahl Stichproben

Sind die Schichten festgelegt, kann bestimmt werden, wie viele Stichproben je Schicht gezogen werden müssen, um die gewünschte Genauigkeit zu erreichen.

Hierzu berechnet man zunächst die Gesamtanzahl der Stichproben, die dann anschließend auf die Schichten aufgeteilt werden. Damit die Anforderungen zur Stichprobeninventur eingehalten werden, muss zunächst die gewünschte Varianz berechnet werden.

Sei eine Schichtung gegeben und y_{hi} der i-te Wert einer Stichprobe $\hat{y}_h$ der Größe n_h aus der h-ten Schicht, so wird die Standardabweichung s_h bestimmt durch $s_h^2 = \frac{\sum_{i=1}^{n_h}(y_{hi}-\bar{y}_h)^2}{n_h-1}$ bzw. die durch die Hochrechnung vorgegebene Berechnungsvorschrift. Die Gesamtanzahl der Stichprobenelemente ist nun (Cochran, 1972, S. 130), da $V(\bar{y}_{st}) \leq \left(\frac{d}{t}\right)^2$:

$$n = \frac{\left(\sum_{h=1}^{L} N_h s_h\right)^2}{V(\bar{y}_{st}) + \sum_{h=1}^{L} N_h {s_h}^2} \geq \frac{t^2 \cdot \left(\sum_{h=1}^{L} N_h s_h\right)^2}{d^2 + t^2 \cdot \sum_{h=1}^{L} N_h {s_h}^2}$$

(IDW, 1981, S. 68) bezeichnet dabei eine Anzahl von 100 Stichproben als minimal: „*Bei der Mittelwertschätzung sollte beispielsweise der Stichprobenumfang 100 Stichprobenelemente im Fall der geschichteten Hochrechnung* [...] *im allgemeinen nicht unterschreiten.*“

In (AWV, 1978, S. 20) wird des Weiteren 2% der Gesamtgröße N als Minimum für die Größe der Stichprobe n angesehen: „*Für den Umfang der Stichprobe n aus den Positionen, die per Stichprobe aufgenommen und bewertet werden* [...] *gilt im Normalfall aus Sicherheitsgründen der Grundsatz minimum* [sic] *für n aus N 2% der Positionen.*“

Nach (Neyman, 1934) ist die optimale Anzahl an Stichproben für die h-te Schicht

$$n_h = n \cdot \frac{N_h s_h}{\sum_{h=1}^{L} N_h s_h}$$

Diese werden nun jeweils zufällig innerhalb der Schichten verteilt gezogen.

2.5.1.3 Bestimmung der Schichtanzahl

Den beiden ersten Verfahren zur Bestimmung der Schichtgrenzen ist zu eigen, dass die Schichtanzahl L vorgegeben werden muss. Hierfür bietet (Kabuss, 1991) in Abschnitt 2.4.4.1 ein iteratives Verfahren. Kabuss geht hierfür aus „jahrelange[n] Erfahrungen“ davon aus, dass eine Stichprobengröße pro Schicht n_h zwischen 12 und 14 optimal ist (Kabuss, 1991, S. 34). Für das Verfahren wird zunächst ein Startwert für L gewählt. Mithilfe dessen werden dann durch eines der Verfahren (Dalenius & Hodges oder Ekman) die Schichtgrenzen bestimmt. Nun wird n und für die einzelnen Schichten n_h gebildet und der Durchschnitt der n_h bestimmt. Ist er kleiner als 12, so wird L verringert, ist er über 14, so wird L erhöht. Anschließend wird mit diesem L als Startwert der Vorgang nochmals durchlaufen. Liegt der Durchschnitt der n_h zwischen 12 und 14, so ist diese Schichtung zulässig.

Ein Optimalbereich ist insofern sinnvoll, als dass einerseits die Schichtgröße möglichst weit verringert werden soll, um die Varianz zu reduzieren, und andererseits die Schicht nicht zu klein werden darf, um noch ein annähernd normalverteiltes Stichprobenergebnis $\bar{y}$ zu erhalten. Dies ist wichtig, um die Richtigkeit der Aussagen zu Aussagewahrscheinlichkeit und Fehlertoleranz garantieren zu können.

2.6 Hochrechnung

Nach Bestimmung der Stichprobengröße für die einzelnen Schichten, wird der Ist-Bestand der Stichprobenelemente überprüft. Nach Summierung der Werte wird diese Summe durch die Größe n der Stichprobe geteilt, um $\bar{y} = \frac{\sum_{i=1}^{n} y_i}{n}$ zu erhalten. Dieser Wert kann direkt als Approximation von μ benutzt werden. Alternativ kann ein Schätzverfahren genutzt werden, um die Approximation zu präzisieren.

2.6.1 Regressionsschätzung

Hängen die Zählwerte der Artikel stark mit Hilfswerten (typischerweise den Buchwerten oder den Werten einer alten Inventur) zusammen, die bekannt sind, so kann eine Regressionsschätzung durchgeführt werden: *„Zum einen liegt häufig eine Lagerbuchführung vor, welche artikelgenaue Aufzeichnungen über die Lagerwerte liefert. Zum anderen bietet es sich bei konstanter Lagerstruktur an, Werte aus früheren Perioden heranzuziehen (Präsumptivwerte).“* (Angele, 1989, S. 106)

Die Regressionsschätzung ist eine Verallgemeinerung der Differenzenschätzung und gehört zur gebundenen Hochrechnung.

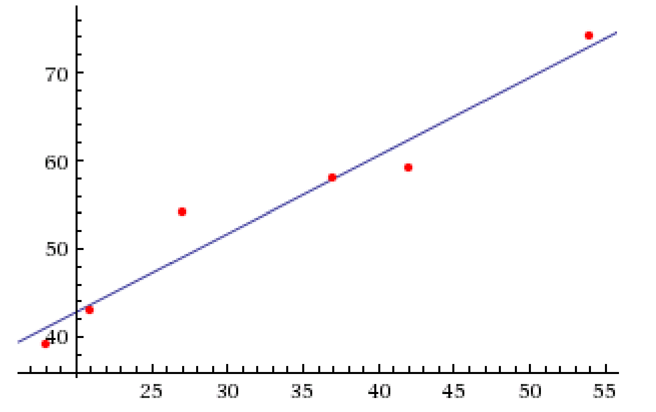
2.6.1.1 Bestimmtheitsmaß

Es wird davon ausgegangen, dass es einen linearen Zusammenhang zwischen Zähl- und Hilfswerten gibt. Das Bestimmtheitsmaß

$$R^2 = \frac{\left(\sum_{i=1}^{N}(y_i - \bar{y})(x_i - \bar{x})\right)^2}{\sum_{i=1}^{N}(x_i - \bar{x})^2 \cdot \sum_{i=1}^{N}(y_i - \bar{y})^2}$$

muss jedoch anfänglich geschätzt werden, um festzustellen, wie gut diese Annahme zutrifft. Dazu zieht man im Allgemeinen schon bestehende Inventurdaten zu Rate oder zieht alternativ eine Stichprobe. Das Bestimmtheitsmaß wird benutzt, um die Größe der Stichprobe festzustellen, die erforderlich ist, um eine ausreichend zuverlässige Aussage zu treffen.

Um eine höhere Sicherheit zu erreichen, wird dieser Wert teilweise noch verringert. Zu beachten ist hierbei aber, dass ein Verringern von R^2 einen starken Anstieg in der Stichprobengröße mit sich bringt. (Angele, 1989, S. 113)



Allgemeine Regressionsgerade

2.6.1.2 Schätzung

Zunächst wird aus dem Lager eine Stichprobe $((x_1, y_1), \ldots, (x_n, y_n))$ gezogen, wobei x_i der Hilfswert und y_i der Istwert des i-ten Artikels ist. Auf die Bestimmung von n wird später eingegangen.

Sei Y der Gesamtwert des Lagers, $\overline{y}$ der Mittelwert der y_i, X die Summe der Hilfswerte, sowie $\overline{x}$ der Mittelwert der x_i. Dann ergibt sich als angenäherter Mittelwert $\overline{y}_{lr}$ durch lineare Regression (Angele, 1989, S. 106), (Cochran, 1972, S. 226):

$$\overline{y}_{lr} = \overline{y} + b \cdot (\overline{X} - \overline{x})$$

Hierdurch kann durch Multiplikation mit der Gesamtzahl der Artikel im Lager N der Gesamtwert des Lagers $Y \approx N \cdot \overline{y}_{lr}$ approximiert werden.

2.6.1.3 Bestimmung der Parameter

Da X bekannt ist, lässt sich $\overline{X} = \frac{X}{N}$ berechnen. b ist eine Annäherung an die Steigung der Regressionsgerade zwischen Zähl- und Hilfswert B. Wählt man $b = 1$, so erhält man die Differenzenschätzung. b wird – analog zum Bestimmtheitsmaß R^2 – mithilfe von Zähl- und Hilfswerten einer vorangegangenen Inventur oder durch anfängliches Ziehen einer Stichprobe mit der folgenden Formel bestimmt:

$$b = \frac{\sum_{i=1}^{n} (x_i - \overline{x})(y_i - \overline{y})}{\sum_{i=1}^{n} (x_i - \overline{x})^2} \approx B$$

Dies entspricht $\frac{Cov(x,y)}{V(x)^2}$ ($Cov(x, y)$ bezeichnet die Kovarianz von x und y).

2.6.1.4 Bestimmung der Größe n der Stichprobe

Nach (Angele, 1989, S. 107) ist die Varianz der Approximation:

$$V(N \cdot \overline{y}_{lr}) = N^2 \cdot \frac{\left(1 - \frac{n}{N}\right)}{n} \cdot \sum_{i=1}^{n} (y_i - \overline{y})^2 \cdot (1 - R^2)$$

Um nun den absoluten Fehler d bei einer Sicherheit mit Koeffizient t einhalten zu können, muss $V(N \cdot \overline{y}_{lr}) \leq \left(\frac{d}{t}\right)^2$ gelten. (der Sicherheitsgrad t kann aus Tabellen zur Standardnormalverteilung erschlossen werden und ist für eine Wahrscheinlichkeit von 95% der Wert 1,96.)

Sei $v = \sum_{i=1}^{n}(y_i - \overline{y})^2 \cdot (1 - R^2)$ die Stichprobenvarianz, dann kann die Forderung geschrieben werden als:

$$vN^2 \cdot \frac{\left(1 - \frac{n}{N}\right)}{n} \leq \left(\frac{d}{t}\right)^2 \Rightarrow n \geq \frac{vN^2}{vN + \left(\frac{d}{t}\right)^2}$$

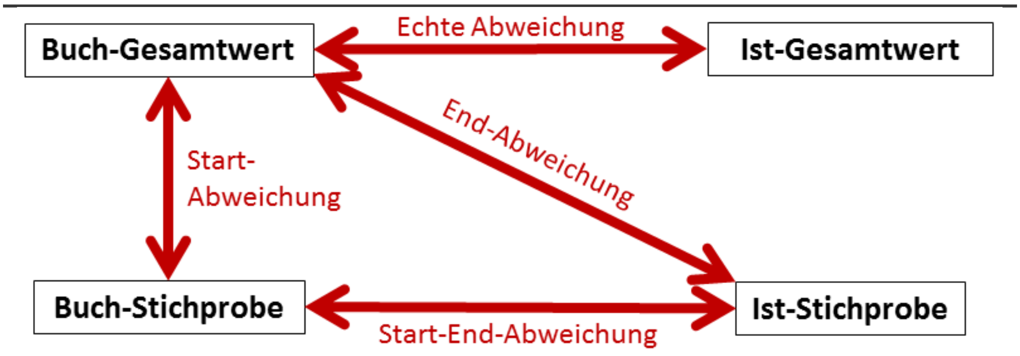
Der letzte Ausdruck kann leider nicht direkt berechnet werden, da für v der Wert von n und die Werte der y_i benötigt werden. Daher gibt (Angele, 1989, S. 139) die folgende Abschätzung an:

$$n \geq \frac{vN^2}{vN + \left(\frac{d}{t}\right)^2} \approx \frac{t^2 \cdot N \cdot \sum_{i=1}^{N}(x_i - \overline{x})^2 \cdot (1 - R^2)}{d^2 \cdot N + t^2 \cdot \sum_{i=1}^{N}(x_i - \overline{x})^2 \cdot (1 - R^2)}$$

2.7 Abweichungen

Sind die Positionen der Stichprobe ermittelt, kann nun aus diesen Positionen ein Gesamtwert hochgerechnet werden. Diese Hochrechnung unterscheidet sich offensichtlich vom echten Buch-Gesamtwert. Diese Abweichung relativ zum Buch-Gesamtwert ist nach Konstruktion zu 95% Wahrscheinlichkeit kleiner als 1% und wird als Start-Abweichung bezeichnet.

Eigentlich interessant für die Inventur ist die echte Abweichung zwischen Buch- und Ist-Gesamtwert. Diese könnte aber nur durch eine Vollinventur festgestellt werden. Stattdessen wird überprüft, ob die End-Abweichung nicht zu groß ist. Diese setzt sich additiv aus der Start-Abweichung und der Start-End-Abweichung zusammen.



Zusammenhang der verschiedenen Abweichungen

2.8 Sequenzialtest bei automatischen Lägern

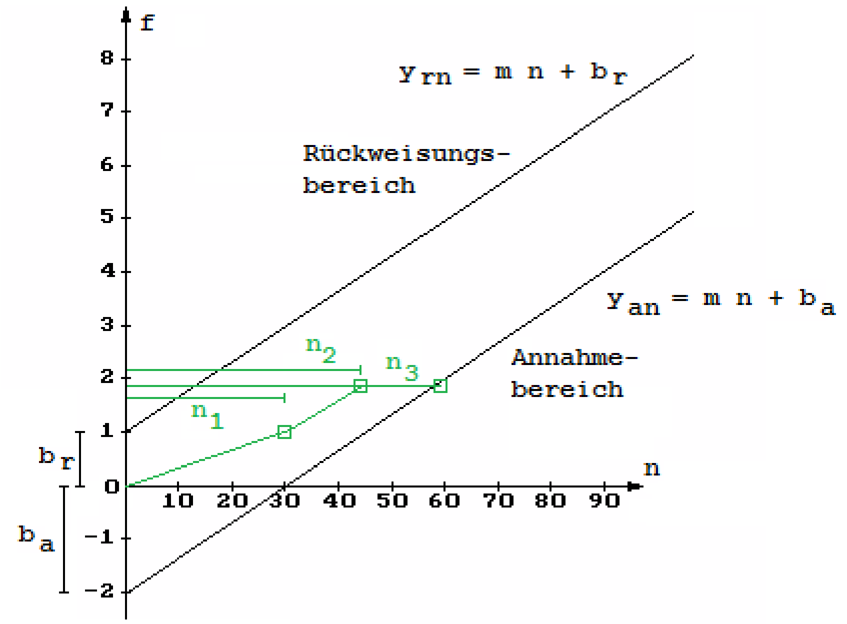
Sequenzialtests bieten sich für Läger an, deren Korrektheit sehr hoch ist. Dies ist zu beachten, da hier der Aufwand theoretisch unbegrenzt ist. Somit kann dieser in ungünstiger Situation höher sein als der Aufwand einer Vollinventur.

Zunächst einmal ist die Menge der im Inventurzeitraum nicht bewegten Teile körperlich aufzunehmen. Hier können jedoch Stichproben-Verfahren angewendet werden. (AWV, 1980, S. 1f)

2.8.1 Grundsätzliches Vorgehen

Die theoretischen Grundlagen des Sequenzialtests gehen auf Wald (Wald, 1947) zurück. Zunächst werden die Parameter m, b_a und b_r bestimmt. Nun wird eine Stichprobe vom Umfang n_1 dem Lager entnommen und überprüft, wie oft Buch- und Ist-Bestand nicht übereinstimmten. Ist diese Anzahl kleiner oder gleich y_{an}, so gilt die Inventur als angenommen. Ist sie größer oder gleich y_{rn}, ist die Inventur abgelehnt. Für alle anderen Werte zieht man wiederum eine

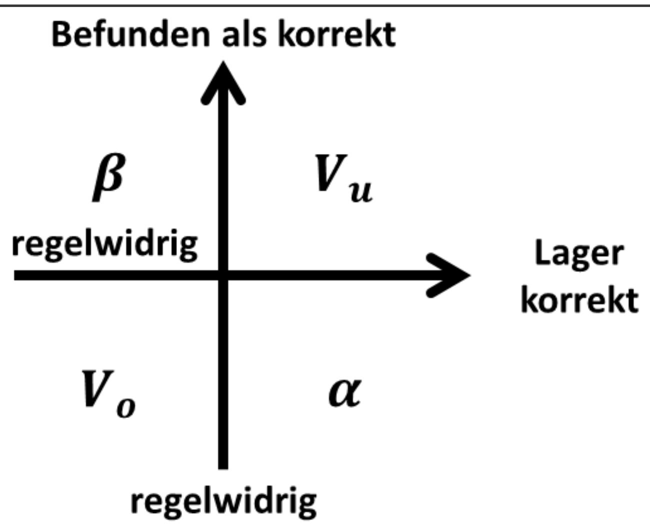
Stichprobe, so dass insgesamt n_2 Artikel gezogen worden sind, und wiederholt den Prozess solange, bis ein Ergebnis feststeht. Um einen zu hohen Aufwand zu verhindern, sollte anfänglich ein Maximum an Ziehungen definiert werden. Eine mögliche Wahl ist $n \leq 0{,}05 \cdot N$.



Schematische Darstellung des Vorgehens beim Sequenzialtest

2.8.2 Bestimmung der Parameter

Zunächst müssen die Parameter für die Wahrscheinlichkeiten bestimmt werden. Hierbei ist p_u die untere und p_o die obere Grenze für den Fehleranteil (AWV, 1980, S. 6). Des Weiteren ist α das Risiko, einer abgelehnten Inventur bei korrektem Lager und β das Risiko einer angenommenen Inventur bei einem regelwidrigen Lager (AWV, 1980, S. 7). Odenthal (Odenthal, S. 28) spricht hierbei von Vertrauensniveaus. Dabei bezeichnet $V_o = 1 - \beta$ das Vertrauen, dass ein regelwidriges Lager als regelwidrig befunden wird, und $V_u = 1 - \alpha$ das Vertrauen, dass ein korrektes Lager als korrekt anerkannt wird.



Darstellung der Fehler und Vertrauensniveaus

Je niedriger die Parameter p_u, p_o, α und β gewählt sind, desto strenger ist die Prüfung (AWV, 1980, S. 16f). Offensichtlich muss $p_u \leq p_o$ gelten.

Der AWV sieht in (AWV, 1980, S. 16) Werte von p_u: $1-2\%$ und p_o: $3-10\%$ vor. In (AWV, 1985, S. 21) werden diese mit p_u: $0{,}5\%$ und p_o: 1% angegeben. (AWV, 1980, S. 17) gibt des Weiteren α: 5% und β: 5% vor. Beachten Sie für die nachfolgenden Formeln bitte, dass $1\% = 0{,}01$.

Sind die Parameter gewählt, lässt sich direkt berechnen (AWV, 1980, S. 11), (AWV, 1985, S. 15):

$$m = \frac{\log(1-p_u) - \log(1-p_o)}{\log\big(p_o(1-p_u)\big) - \log\big(p_u(1-p_o)\big)}$$

$$b_a = \frac{\log(\beta) - \log(1-\alpha)}{\log\big(p_o(1-p_u)\big) - \log\big(p_u(1-p_o)\big)}$$

$$b_r = \frac{\log(1-\beta) - \log(\alpha)}{\log\big(p_o(1-p_u)\big) - \log\big(p_u(1-p_o)\big)}$$

Die maximale Anzahl an Fehlern zur Annahme eines Inventars nach n gezogenen Werten ist:

$$y_{an} = m \cdot n + b_a$$

Ähnlich ist die minimale Anzahl an Fehlern zur Rückweisung eines Inventars nach n gezogenen Werten:

$$y_{rn} = m \cdot n + b_r$$

n_i bezeichnet die Anzahl der gezogenen Elemente und f_i die Anzahl der Fehler nach der i-ten Ziehung. Demnach ist $n_0 = 0 = f_0$. Die Anzahl für die nächste Ziehung berechnet sich dann durch:

$$n_i = \frac{f_{i-1} - b_a}{m}$$

Daher müssen also in der i-ten Ziehung $n_i - n_{i-1}$ neue Stichproben gezogen werden. Ist dann $f_i \leq y_{an_i}$, wird die Inventur angenommen, ist $f_i \geq y_{rn_i}$, wird sie abgelehnt.

2.8.3 Beispiel anhand eines fiktiven Lagers

Wir wählen $p_u = 0{,}5\% = 0{,}005$ und $p_o = 1\% = 0{,}01$, sowie $\alpha = 5\% = 0{,}05 = \beta$. Dann ergibt sich:

$$m = 0{,}007215558 \ldots$$

$$b_a = -4{,}217276347 \ldots$$

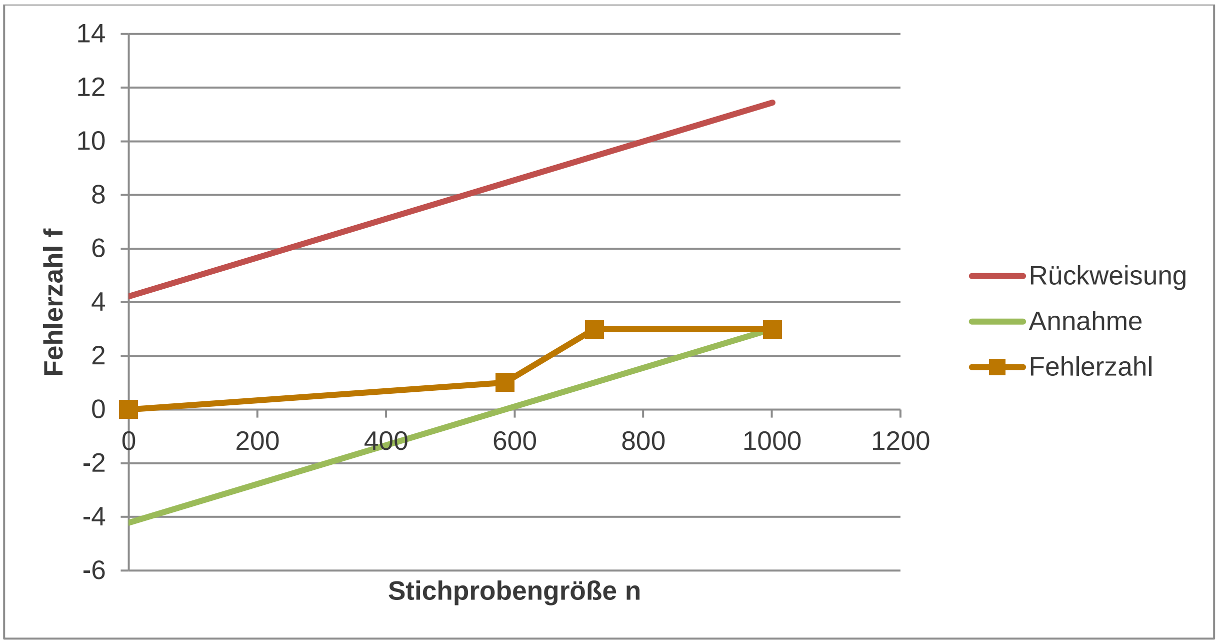
$$b_r = 4{,}217276347 \ldots$$

In diesem Fall wäre $V_o = 1 - \beta = 0{,}95 = 95\% = 1 - \alpha = V_u$.

Da $n_0 = 0 = f_0$, erhalten wir $n_1 = \frac{-b_a}{m} = 584{,}4699 \ldots \approx 585$. Wir müssen also zunächst 585 Stichproben ziehen. Hieraus ergibt sich, dass $y_{an_1} \geq 0$ und $y_{rn_1} \leq 9$. Liegt die Fehleranzahl nach diesen 585 Stichproben also bei 0, ist die Inventur angenommen. Liegt sie bei 9 oder höher, wird sie zurückgewiesen. Der Sequenzialtest ist für diese Fälle damit beendet. Für alle anderen Fehleranzahlen muss weiter gezogen werden. Beispielsweise (mit gerundeten Werten):

i	n_i	f_i	y_{an_i}	y_{rn_i}	Aktion
1	585	1	0	9	Weiter ziehen
2	724	3	1	10	Weiter ziehen
3	1001	3	3	12	Annahme

Zu beachten ist, dass n_i und y_{rn_i} auf- und y_{an_i} abgerundet werden.



2.8.4 Vollaufnahme für Grenzbereiche

(AWV, 1985, S. 23) empfiehlt die Vollaufnahme für hohe Werte, sowie „bei

- Null-/ nahe Null-Beständen
- Lieferdifferenzen,
- Innovation,
- hoher Umschlaghäufigkeit und
- Material mit hohem Verschnitt

aus

- Gründen dispositiver Sicherheit bei auftragsweiser Disposition und Fertigung

für

- Edelmetalle und sonstige wertvolle Materialien
- Vorräte nach den Giftbestimmungen,
- Vorräte mit Schwund, Verderb usw. und Diebstahlsgefahr sowie
- Vorräte mit hohen Einzelwerten (Wert je handelsüblicher Einheit).“

3 Symbol-Glossar

Es wurde versucht, die Symbole nach den folgenden Regeln zu vergeben:

- X, Y und N bezeichnen Buchwerte, Istwerte bzw. Anzahlen
- Großbuchstaben beziehen sich auf das Ganze, Kleinbuchstaben auf einen Teil
- Index-i und -h bezeichnen das i-te Element bzw. die h-te Schicht
- Querstriche, wie bei $\overline{y}$, bezeichnen einen Mittelwert; teilweise wird dieser durch einen Index spezifiziert

	Allgemeine Symbole
N	Anzahl Elemente in der Grundgesamtheit
μ	Mittelwert der Grundgesamtheit
σ	Standardabweichung
V	Varianz
t	Sicherheitsgrad
	Inventurgrößen
Y	Gesamtwert des Lagers
d	Zulässiger **absoluter** Fehler
	Größen von Stichproben
n	Anzahl Elemente in einer Stichprobe
y_i	i-tes Element einer Stichprobe $\hat{y}$
$\overline{y}$	Mittelwert einer Stichprobe $\hat{y}$
	Größen bei geschichteten Stichproben
L	Anzahl der Schichten
N_h	Anzahl Elemente in Schicht h
b_h	Maximaler Wert in Schicht h
n_h	Anzahl Stichprobenelement in Schicht h
y_{hi}	i-tes Element einer Stichprobe $\hat{y}_h$
$\overline{y}_h$	Mittelwert einer Stichprobe in Schicht h
s_h	Standardabweichung in Schicht h als Wurzel der Stichproben-varianz v
$\overline{y}_{st}$	Mittelwert einer durch Schichtung ermittelten Stichprobe $\hat{y}_{st}$
	Größen bei Regressionsschätzung
R^2	Bestimmtheitsmaß
X, x	Hilfswerte (analog zu den gleichen Bezeichnern mit Y)
$\overline{y}_{lr}$	Durch lineare Regression präzisierter Mittelwert
B	Proportionalitätsfaktor zwischen x und y
b	Approximierter Proportionalitätsfaktor zwischen x und y
	Größen beim Sequenzialtest
m	Steigung der Geraden
b_a	y-Achsenabschnitt der Annahmegerade
b_r	y-Achsenabschnitt der Rückweisungsgerade
y_{an}	Maximaler Fehlerwert zur Annahme nach n gezogenen Artikeln
y_{rn}	Minimaler Fehlerwert zur Rückweisung nach n gezogenen Arti-keln
p_u	Untere Schranke für den Fehleranteil
p_o	Obere Schranke für den Fehleranteil
V_u	Vertrauen in die untere Schranke
V_o	Vertrauen in die obere Schranke
α	Risiko des Lagerinhabers
β	Risiko des Prüfers
f_i	Fehleranzahl nach der i-ten Ziehung
n_i	Anzahl der gezogenen Artikel nach der i-ten Ziehung

4 Literaturverzeichnis

Angele, G. (1989). *Anerkannte mathematisch-statistische Methoden zur Stichprobeninventur.* München: Verlag V. Florentz.

AWV. (1978). *Stichprobenverfahren zur Inventur buchmäßig geführter Vorräte im Lagerbereich.* Eschborn: AWV-Eigenverlag.

AWV. (1980). *Sequentialtest für die Inventur von nicht bewegten Lagereinheiten in automatisch gesteuerten Lagersystemen.* Eschborn: AWV-Eigenverlag.

AWV. (1985). *Sequentialtest für die Inventur mit Stichproben bei ordnungsmäßiger Lagerbuchführung.* Eschborn: AWV-Eigenverlag.

Cochran, W. G. (1972). *Stichprobenverfahren.* New York: Walter de Gruyter.

Dalenius, T., & Hodges, J. L. (1959). Minimum Variance Stratification. *Journal of the American Statistical Association*, S. 88-101.

Ekman, G. (1959). An Approximation Useful in Univariate Stratification. *Annals of Mathematical Statistics,*, S. 219-229.

IDW. (1981). Stichprobenverfahren für die Vorratsinventur zum Jahresabschluss i.d.F. 1990. *HFA 1/1981*, S. 59-86.

Kabuss, H.-J. (1991). *Stichprobeninventurverfahren-automatischer Schichtungsalgorithmus mit Optimierung des Stichprobenumfangs.* Dortmund: Fachhochschule Dortmund.

Neyman, J. (1934). On the Two Different Aspects of the Representative Method: The Method of Stratified Sampling and the Method of Purposive Selection. *Journal of the Royal Statistical Society*, S. 558-606.

Odenthal, R. (kein Datum). *Die Anwendung von Stichprobenverfahren im Prüfungsbereich.*